

PREGUNTA

Sean p , q y r números reales, con $p \neq 0$, ¿cuál de las siguientes relaciones permite asegurar que la ecuación $px^2 - qx = r$, tiene dos raíces complejas con parte real e imaginaria distinta de cero?

- A) $q \neq 0$ y $pr < 0$
- B) $q = 0$ y $pr < 0$
- C) $q \neq 0$ y $q^2 > -4pr$
- D) $q \neq 0$ y $q^2 < 4pr$
- E) $q \neq 0$ y $q^2 < -4pr$

COMENTARIO

Una forma de determinar las condiciones que se requieren para que la ecuación tenga dos raíces complejas con parte real e imaginaria distinta de cero, es analizar las expresiones que representan las soluciones de la ecuación.

Recuerde que:

Las soluciones reales de una **ecuación cuadrática** de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a , b y c son números reales distintos de cero, están dadas por la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ cuando } b^2 - 4ac \text{ es mayor o igual a cero.}$$

La ecuación $px^2 - qx = r$, dada en el enunciado de la pregunta se puede escribir como $px^2 - qx - r = 0$, donde los coeficientes de la ecuación cuadrática son $a = p$, $b = -q$ y $c = -r$ que al reemplazarlos en la fórmula se tiene:

$$x = \frac{-(-q) \pm \sqrt{(-q)^2 - 4p(-r)}}{2p} = \frac{q \pm \sqrt{q^2 + 4pr}}{2p} = \frac{q}{2p} \pm \frac{\sqrt{q^2 + 4pr}}{2p}$$

Recuerde que:

Si h es un número real negativo, entonces \sqrt{h} es un número complejo con parte real igual a cero.

Ahora, para que las raíces de la ecuación sean números complejos con la parte real distinta de cero y la parte imaginaria distinta de cero, se debe cumplir que:

$\frac{q}{2p} \neq 0$	$q^2 + 4pr < 0$
Para que se cumpla esta condición $q \neq 0$.	En la expresión se despeja q^2 , obteniendo la desigualdad $q^2 < -4pr$.

Por lo tanto, la clave es E).

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra y Funciones

Área Temática: Álgebra

Nivel: Tercero Medio

Objetivo Fundamental: Comprender que toda ecuación de segundo grado con coeficientes reales tiene raíces en el conjunto de los números complejos.

Contenido: Interpretación de las soluciones y determinación de su pertenencia al conjunto de los números reales o complejos.

Habilidad Cognitiva: Analizar, Sintetizar y Evaluar

Clave: E