PSU® 2007

DOCUMENTO OFICIAL

EL MERCURIO
9 DE AGOSTO DE 2007

SERIE: DEMRE – UNIVERSIDAD DE CHILE
Nº 17

RESOLUCIÓN FACSÍMIL

PRUEBA MATEMÁTICA

PARTE III

HOY PODRÁS ENCONTRAR EN LAS SIGUIENTES PÁGINAS UN COMPLETO ANÁLISIS DE LAS PREGUNTAS 37 A LA 55 DEL FACSÍMIL DE MATEMÁTICA, PUBLICADO EL JUEVES 17 DE MAYO. ÉSTAS CORRESPONDEN AL EJE TEMÁTICO DE GEOMETRÍA.

APROVECHA ESTA INFORMACIÓN. ENCONTRARÁS ESPECIFICACIONES SOBRE EL CONTENIDO AL QUE APUNTAN LAS PREGUNTAS Y LOS TÓPICOS PREVIOS QUE SON NECESARIOS PARA SU RESOLUCIÓN. ADEMÁS, EN CADA UNA DE ELLAS, SE INDICA EL GRADO DE DIFICULTAD CON QUE RESULTÓ EN EL MOMENTO DE SU APLICACIÓN Y EL PORCENTAJE DE OMISIÓN QUE TUVO.

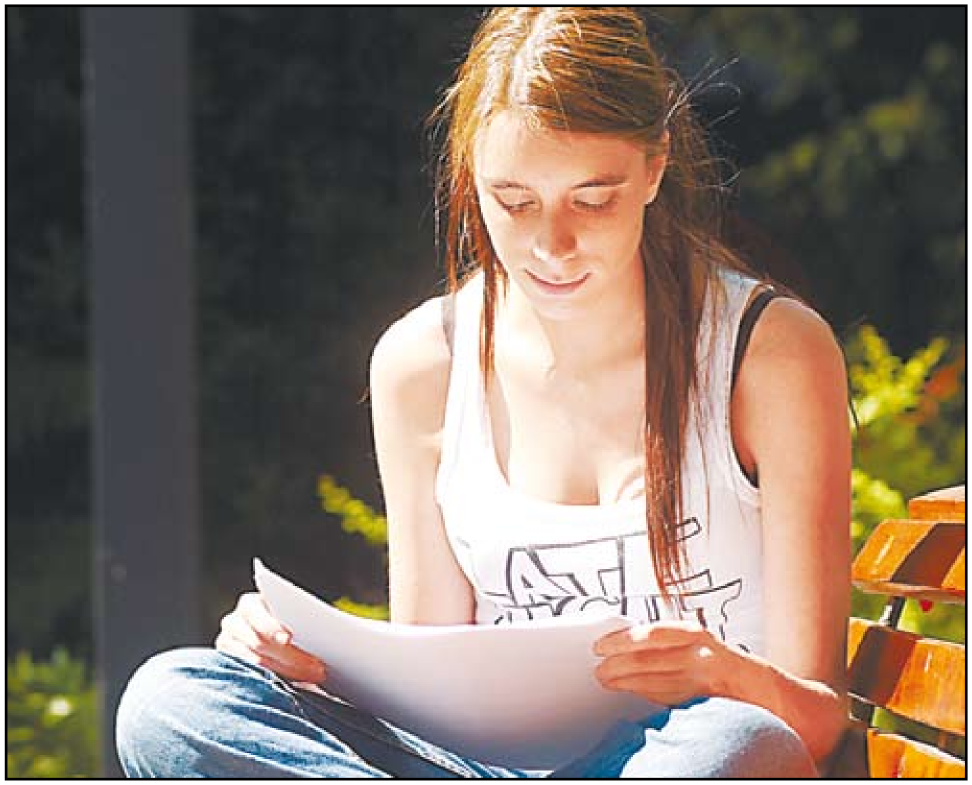
Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

PROCESO DE ADMISIÓN 2008

RESOLUCIÓN FACSÍMIL DE MATEMÁTICA

PARTE III



INTRODUCCIÓN

La presente publicación se abocará al análisis de las preguntas N° 37 a la N° 55 correspondientes al eje temático de Geometría, contenidas en la publicación del 17 de mayo del presente año.

Cabe señalar que de los cuatro ejes temáticos que conforman la PSU en la parte matemática, es Geometría el que presenta, año a año, el menor porcentaje medio de respuestas correctas y el mayor porcentaje medio de respuestas omitidas.

Por lo tanto, es importante, tanto para profesores como para estudiantes, revisar todos los contenidos de geometría publicados el 12 de abril de 2007. Además de esos contenidos, para poder responder las preguntas de este eje temático, los estudiantes deben, por una parte, haber desarrollado las habilidades cognitivas, desde la más básica que es de Reconocimiento hasta la capacidad de realizar Análisis, Síntesis y Evaluación, y por otra parte, recordar y aplicar contenidos previos que se suponen internalizados durante la Enseñanza Básica y que deberían haber sido reforzados, durante la Enseñanza Media. También, deben aplicar los conocimientos del álgebra básica a gran parte de la resolución de los problemas de la geometría.

En consideración a lo anterior, es que esta publicación se abocará al análisis de las preguntas de este eje temático, en el que se especificará el contenido al que apunta la pregunta y los tópicos previos que son necesarios para su resolución, indicando, además, para cada una de ellas el grado de dificultad con que resultó en el momento de su aplicación, y el porcentaje de omisión que tuvo. También, se mostrará la forma de responder la pregunta, enfatizando las capacidades cognitivas necesarias para su correcta resolución, junto con señalar los errores más comunes que cometieron los alumnos.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE GEOMETRÍA

37. En la figura 3, Δ PTR y Δ SVQ son congruentes. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) $\overline{TR} \,//\, \overline{VQ}$
II) $\overline{PT} \,//\, \overline{SV}$
III) $\measuredangle RQV \cong \measuredangle RPT$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

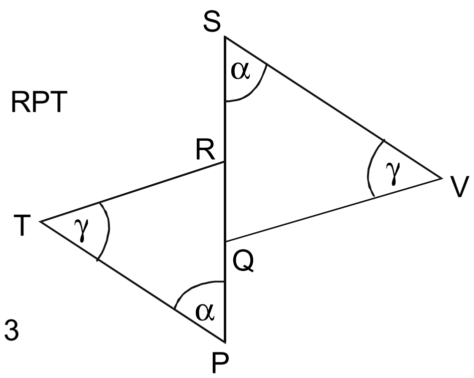


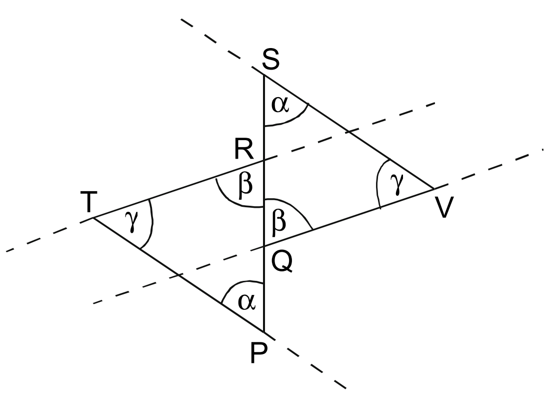
fig. 3

Comentario:

El contenido de este ítem es de primer año de Enseñanza Media y se refiere a congruencia de figuras planas. Además, los estudiantes deben recordar de la Enseñanza Básica el teorema que dice:

"Si una secante forma con dos rectas de un plano ángulos alternos internos iguales, dichas rectas son paralelas".

En la figura del enunciado, si se prolongan los lados de los triángulos, se obtiene la siguiente figura:



$\measuredangle$ TRP = $\measuredangle$ RQV = β, ya que Δ PTR $\cong$ Δ SQV, lo que indica que estos ángulos son alternos internos, y por lo tanto $\overline{TR} \,//\, \overline{VQ}$, luego I) es verdadera.

Además, como $\measuredangle$ QSV = $\measuredangle$ RPT = α, se tiene que estos dos ángulos son ángulos alternos internos, concluyéndose que $\overline{PT} \,//\, \overline{SV}$, por lo tanto II) es verdadera.

La afirmación III) es falsa, pues de la figura se tiene que $\measuredangle$ RPT = α y $\measuredangle$ RQV = β = 180° – α – γ. Estos dos ángulos sólo podrían ser iguales en algunos casos y no siempre como se pide en la pregunta. Serían iguales, cuando los triángulos fueran equiláteros, o cuando fueran isósceles de bases $\overline{SQ}$ y $\overline{RP}$.

Luego, la opción correcta es D).

El estudio estadístico de este ítem indica que resultó de mediana dificultad, ya que lo contestó correctamente el 57,4% de los estudiantes que lo abordaron y lo omitió un 14,9% de ellos.

El distractor más marcado por parte de los postulantes fue E), con un porcentaje del 16,2%. Es posible que los alumnos se hayan guiado sólo por el dibujo, pensando que los triángulos eran isósceles o equiláteros, casos en que la afirmación III) sería verdadera.

38. El cuadrado ABCD de lado **a** se ha dividido en 9 cuadrados congruentes entre sí, como se muestra en la figura 4. El área del cuadrado PQRS es

A) $\dfrac{4a^2}{9}$

B) $\dfrac{5a^2}{3}$

C) $\dfrac{3a^2}{4}$

D) $\dfrac{5a^2}{9}$

E) $\dfrac{8a^2}{9}$

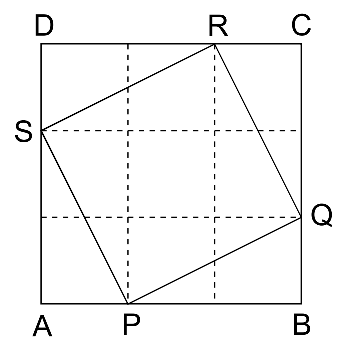


fig. 4

Comentario:

El contenido de este ítem, al igual que el del problema anterior, es de primer año de Enseñanza Media y se refiere a congruencia de figuras planas.

Para resolverlo correctamente el alumno debe recordar que dos figuras planas son congruentes cuando son idénticas en tamaño y forma. Además, el estudiante debe recordar de la Enseñanza Básica como aplicar las fórmulas de áreas de un cuadrado y de un triángulo rectángulo.

El área pedida se obtiene restando al área del cuadrado ABCD que es $\mathbf{a^2}$, el área de los cuatro triángulos rectángulos congruentes entre sí (criterio de congruencia lado, ángulo, lado) de catetos $\frac{a}{3}$ y $\frac{2a}{3}$ que se forman en las esquinas del cuadrado.

El área de cada uno de estos triángulos es igual al semiproducto de sus catetos: $\dfrac{\frac{a}{3}\cdot\frac{2a}{3}}{2} = \dfrac{\frac{2a^2}{9}}{2} = \frac{2a^2}{9}\cdot\frac{1}{2} = \frac{a^2}{9}$.

Por lo tanto, el área del cuadrado PQRS es a^2 menos cuatro veces $\frac{a^2}{9}$, es decir $a^2 - 4\cdot\frac{a^2}{9} = \frac{5a^2}{9}$. Así, la opción correcta es D).

Otra forma de resolver el ítem es calculando la medida de la hipotenusa de uno de los triángulos, ya que ella corresponde al lado del cuadrado PQRS, y luego con esta medida calcular su área.

En efecto, aplicando el teorema de Pitágoras en uno de los triángulos se obtiene que el lado del cuadrado PQRS es

$$\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2+\left(\frac{2a}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{9}+\frac{4a^2}{9}} = \sqrt{\frac{5a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$$

Por lo que el área de este cuadrado es $\frac{a\sqrt{5}}{3}\cdot\frac{a\sqrt{5}}{3} = \frac{5a^2}{9}$.

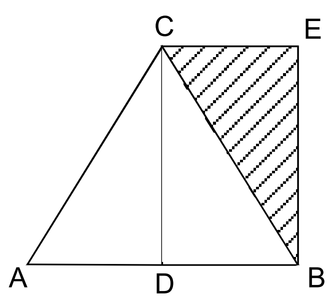
Sorprende que esta pregunta haya resultado difícil, contestándola correctamente sólo el 26,4% de las personas que la abordaron, pues los temas que se tratan son bastante recurrentes dentro de la geometría.

El distractror A), fue el más marcado por parte de los postulantes (18,3%) y corresponde a aquellos alumnos que calcularon la suma de las áreas de los cuatro triángulos rectángulos, pero no se la restaron al área del cuadrado ABCD. La omisión fue alta y llegó al 42,2%.

39. En la figura 5, ABC es un triángulo equilátero de 18 cm de perímetro y DBEC es un rectángulo. El área de la región achurada es

A) $9\ cm^2$
B) $9\sqrt{3}\ cm^2$
C) $9\sqrt{5}\ cm^2$
D) $\frac{9}{2}\sqrt{5}\ cm^2$
E) $\frac{9}{2}\sqrt{3}\ cm^2$

fig. 5



Comentario:

El contenido de este ítem es de primer año de Enseñanza Media y se refiere a la resolución de problemas relativos a polígonos y su descomposición en figuras elementales.

Para llegar a la alternativa correcta, el alumno debe encontrar las medidas de los lados del rectángulo DBEC para luego calcular la mitad de su área.

Si el perímetro del triángulo equilátero ABC es 18 cm, entonces cada lado mide 6 cm. Como el ángulo CDB es recto se tiene que $\overline{CD}$ es altura del Δ ABC, y como éste es equilátero, $\overline{CD}$ es además transversal de gravedad, luego DB = 3 cm.

Como el Δ CDB es rectángulo en D, se puede calcular la medida de la altura $\overline{CD}$, aplicando el teorema de Pitágoras.

Luego, $CD = \sqrt{36-9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm.

Este valor, es la medida de uno de los lados del rectángulo DBEC, y como la medida del otro lado es 3 cm, se tiene que el área achurada, que corresponde a la mitad del área de dicho rectángulo, es $\frac{3\cdot 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}\ cm^2$,

por lo tanto, la opción correcta es E).

Otra forma de resolver el ítem es considerar que:

Δ CEB $\cong$ Δ BDC $\cong$ Δ ADC

Luego, el área de la región achurada es la mitad del área del triángulo equilátero ABC de lado 6 cm.

Como el área de un triángulo equilátero de lado **a** es $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, se tiene que el área pedida es

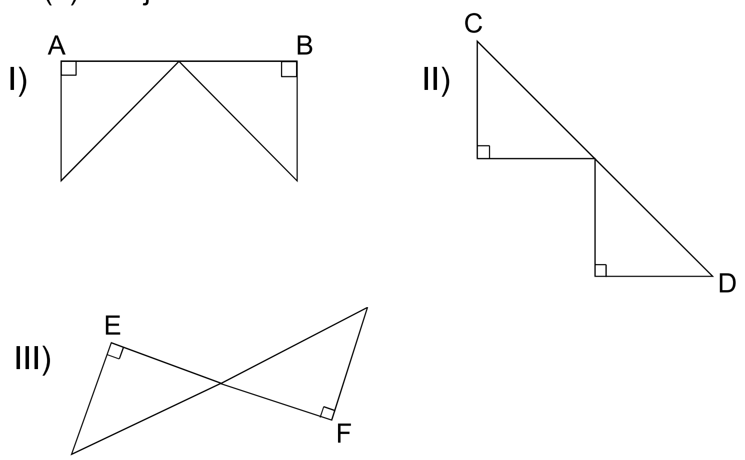
$$\frac{1}{2}\cdot\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{8} = \frac{9}{2}\sqrt{3}\ cm^2$$

Esta pregunta resultó difícil, pues la contestó correctamente un 30,7% de las personas que la abordaron y la omisión fue alta, llegando a un porcentaje cercano al 40%.

Lo anterior llama la atención, considerando que el triángulo equilátero y sus propiedades son bastante conocidas para los alumnos, que las relaciones pitagóricas en el triángulo rectángulo también lo son, y que el cálculo de área que deben realizar es sencillo dentro de lo que se hace en la Enseñanza Básica.

El distractor con mayor porcentaje de preferencias fue A) con un 12,6%, es posible que en este caso consideraran que los lados del rectángulo eran 6 cm y 3 cm, luego el área achurada sería $\frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2}$ = 9 cm^2, o bien, consideraran que el área del triángulo ABC era 18 cm^2 y como el área pedida es la mitad del área de este triángulo, se tiene que el área achurada sería 9 cm^2.

40. Sobre los segmentos AB, CD y EF se han construido triángulos rectángulos congruentes, como se muestra en las figuras que aparecen en I), en II) y en III). ¿Cuál(es) de estas figuras tiene(n) un eje de simetría?



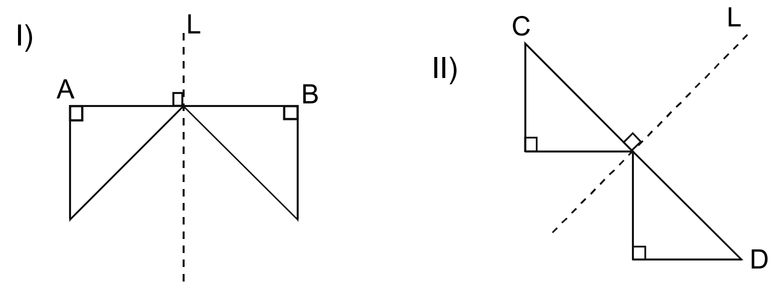
A) Sólo I y II
B) Sólo I y III
C) Sólo II y III
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas.

Comentario:

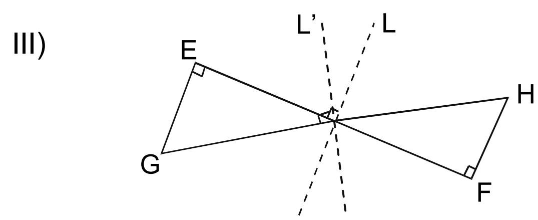
El contenido involucrado en esta pregunta es de simetrías de figuras planas, tema que se encuentra en primer año de Enseñanza Media.

Para responderla correctamente, el alumno debe recordar el concepto de simetría de una figura plana con respecto a un eje de reflexión, según el cual se refleja cada punto de la figura dada como en un espejo, de tal forma que el punto reflejado queda a igual distancia del eje de reflexión que su simétrico correspondiente, y el trazo que une ambos puntos es perpendicular al eje de simetría.

En las figuras que se encuentran en I) y en II) es posible trazar un eje de simetría L, el cual es único para cada una de ellas, produciéndose un efecto espejo para cada uno de sus puntos.



En cambio, en III) no es posible encontrar un eje de simetría, ya que no hay una simetría común para cada par de puntos de los triángulos, lo cual se muestra en la siguiente figura, donde los puntos E y F son simétricos con respecto a la recta L y los puntos G y H son simétricos con respecto a la recta L'.



Por lo anterior, la opción correcta es A).

Esta pregunta resultó de dificultad mediana, la contestó correctamente el 41,52% de las personas que la abordaron, sin embargo la cuarta parte de ellos la omitieron.

El distractor que más señalaron los estudiantes fue D), con un 16,7% de adhesión. Ellos no fueron capaces de darse cuenta que la figura III) no tiene un eje de simetría, sino que tiene un centro de simetría.

41. En la figura 6, al punto **B** se le aplica una rotación en 90° con respecto al punto **A**, en el sentido horario. Las nuevas coordenadas del punto **B** son

A) (6, 2)
B) (–3, 6)
C) (6, –7)
D) (6, –3)
E) (6, –5)

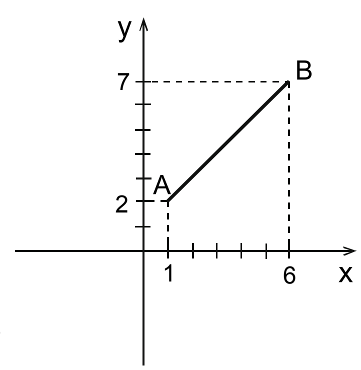
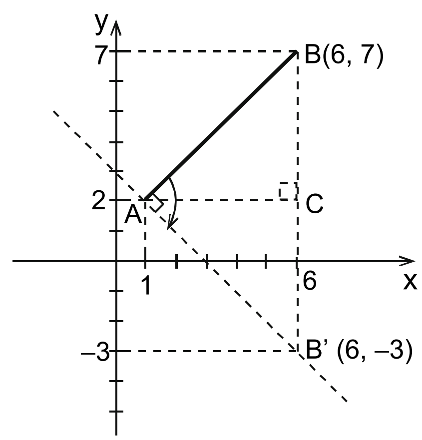


fig. 6

Comentario:

El contenido que deben dominar los alumnos para resolver este ítem es de primer año de Enseñanza Media y corresponde a la rotación de figuras en el sistema de coordenadas.

La situación planteada en el enunciado se muestra en el siguiente gráfico:



En la figura, los triángulos ACB y ACB' son isósceles rectángulos en C, de catetos igual a 5, donde $\measuredangle$ CAB = $\measuredangle$ CAB' = 45°, luego $\measuredangle$ BAB' = 90°, lo que indica que $\overline{AB'}$ es el segmento rotado de $\overline{AB}$ en 90° con respecto al punto A en sentido horario, y así las nuevas coordenadas del punto B, llamado ahora B' son (6, –3).

Por lo tanto, la opción correcta es D).

Este ítem resultó difícil, lo contestó correctamente el 26,4% de las personas que lo enfrentaron, y la omisión fue de un 26,9%. El distractor más llamativo fue C) con un 22%. En este caso los estudiantes determinaron el punto simétrico de B con respecto al eje x.

42. En la figura 7, ¿cuál es el punto simétrico del punto A(–1, –2) con respecto a la recta y = 3?

A) (–1, 8)
B) (1, 8)
C) (–1, 6)
D) (7, –2)
E) (–1, –4)

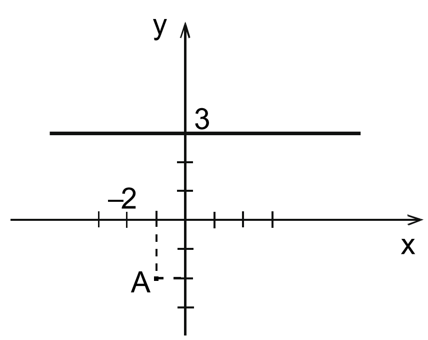


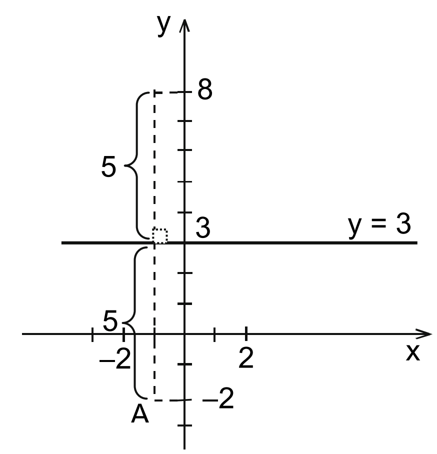
fig. 7

Comentario:

El contenido involucrado en esta pregunta está referido a puntos simétricos en el plano cartesiano, con respecto a una recta dada, correspondiente a primer año de Enseñanza Media.

Además, en este caso, los alumnos deben reconocer que la recta y = 3 corresponde a una recta paralela al eje x, y que pasa por el punto (0, 3).

Como el punto A está a 5 unidades de la recta y = 3, entonces su simétrico con respecto a la recta se encuentra a 5 unidades por sobre ella. Por lo tanto, el punto pedido tiene coordenadas (–1, 8), que corresponde a la opción A) (ver figura).



En este ítem la omisión fue muy alta llegando al 59,3% y resultó bastante difícil, pues fue contestado correctamente sólo por el 22,1% de los alumnos que lo abordaron.

El distractor C) fue el más elegido por los estudiantes (6,6%). El error que ellos cometen, es que calculan la distancia que hay entre la recta y = 3 y el origen, y no la distancia que hay entre esta recta y el punto A, luego el punto simétrico de A está 3 unidades sobre la recta y no 5 unidades, que es lo correcto.

43. ¿Cuál(es) de los siguientes polígonos regulares permite(n) teselar (o embaldosar) el plano?

I) Pentágonos.
II) Triángulos equiláteros.
III) Hexágonos.

A) Sólo II
B) Sólo III
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

Comentario:

El contenido involucrado en esta pregunta es el de “análisis de la posibilidad de embaldosar el plano con algunos polígonos”, contenido que está en primer año de Enseñanza Media.

Para responderla bien, el alumno debe reconocer con cuál(es) de los polígonos señalados en I), en II) y en III) es posible teselar el plano.

Es decir, el estudiante debe tener claro que para embaldosar o teselar un plano con polígonos, éstos deben cubrir totalmente el plano sin superponerse, ni dejar espacios entre ellos, y que esto ocurre cuando a cada vértice del polígono concurren polígonos hasta formar un ángulo completo (360°).

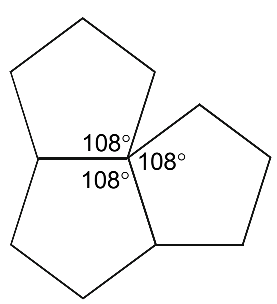
Además, debe recordar y aplicar la fórmula para calcular la medida de un ángulo interior de un polígono regular, contenido que es estudiado en la Enseñanza Básica:

$\sphericalangle$ interior $= \dfrac{180^\circ(n-2)}{n}$, con **n** el número de lados del polígono.

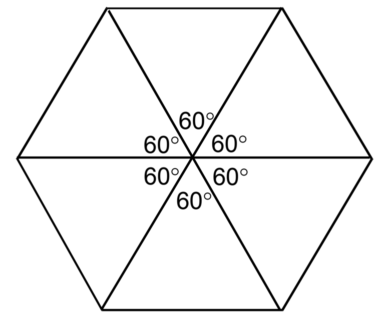
Como demostraremos a continuación, I) es falsa.

En efecto, el ángulo interior de un pentágono regular se obtiene reemplazando en la fórmula anterior n = 5, obteniéndose que éste es $\dfrac{180^\circ \cdot 3}{5} = 108^\circ$. Ahora, como $\dfrac{360^\circ}{108^\circ} = 3,\overline{3}$ y éste no es un valor exacto, se tiene que con el pentágono no se puede teselar el plano, pues quedará un espacio del plano que no se puede cubrir.

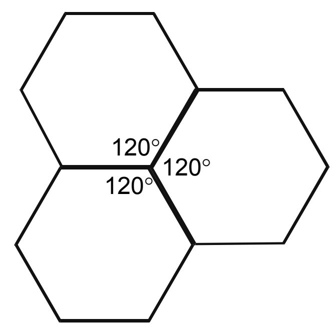
Lo anteriormente expuesto, se muestra en la figura:



Con II), si se puede teselar el plano, porque como en el triángulo equilátero cada uno de sus ángulos interiores mide 60° y $\dfrac{360^\circ}{60^\circ} = 6$, se tiene que al juntar los seis triángulos equiláteros no queda ningún espacio entre ellos, como se ilustra en la figura:



Con III), también, se puede teselar el plano, ya que cada ángulo interior de un hexágono regular mide $\dfrac{180^\circ \cdot 4}{6} = 120^\circ$ y al efectuar la operación $\dfrac{360^\circ}{120^\circ} = 3$, se tiene que al juntar estos tres hexágonos no queda espacio entre ellos, como se muestra a continuación:



Como sólo II) y III) son verdaderas, la opción correcta es D).

La pregunta resultó muy difícil, la contestó correctamente sólo el 18% de los estudiantes que la abordaron y la omisión fue cercana al 30%, de lo que se puede deducir que éste es un contenido que aún no es dominado por los alumnos, o simplemente lo desconocen.

El distractor E), con un 24,5%, fue el más marcado por los estudiantes, ellos pensaron, tal vez, que con cualquier polígono regular se podía teselar el plano.

44. En la figura 8 el punto Q divide al segmento PR en la razón 2 : 5. Si $\overline{QR}$ mide 20, entonces ¿cuánto mide $\overline{PR}$?

fig. 8

A) 8
B) 28
C) 50
D) 70
E) Ninguno de los valores anteriores.

Comentario:

Esta pregunta corresponde a un contenido de segundo año de Enseñanza Media y está referido a la división interior de un trazo en una razón dada.

Para responder este ítem, el alumno debe recordar los conceptos de razón y proporción, para luego resolver una ecuación de primer grado simple, contenido que se encuentra en primer año de Enseñanza Media.

Como se señala en el enunciado que el trazo PR está dividido por Q, en la razón 2 : 5, se tiene que $\frac{PQ}{QR} = \frac{2}{5}$,

luego, reemplazando QR por 20, resulta $\frac{PQ}{20} = \frac{2}{5}$,

y despejando PQ, se llega a que $PQ = 8$.

Por último, como QR = 20 y PQ = 8, se tiene que el trazo PR mide 28, que corresponde a la opción B).

Este ítem resultó difícil, lo contestó correctamente sólo el 36,3% de las personas que lo abordaron.

El distractor que más contestaron los alumnos fue A) (20,8%), que corresponde a quienes leyeron ligeramente el enunciado y se quedaron con la medida de $\overline{PQ}$ y no calcularon la medida de $\overline{PR}$.

Para ser un ítem de fácil resolución y de bastante recurrencia en el aula, la omisión no fue baja, sobrepasando el 20%.

45. En la figura 9, $\overline{AC}$ // $\overline{DE}$. La medida de $\overline{BC}$ es

A) 25
B) 20
C) 9
D) 30
E) 14

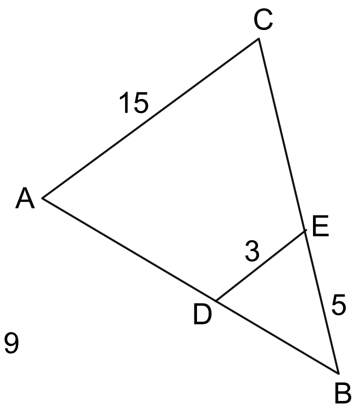


fig. 9

Comentario:

El contenido de este ítem apunta a la proporcionalidad de trazos en triángulos, como aplicación del teorema de Thales, que es de segundo año Medio.

Para responder bien el ítem, el alumno debe ser capaz de aplicar la proporcionalidad de trazos en triángulos y desarrollar una ecuación de primer grado sencilla, contenido que está en primer año Medio.

Como $\overline{AC}$ // $\overline{DE}$, se tiene que Δ EBD ~ Δ CBA.

Luego, por la proporcionalidad entre los lados homólogos de los triángulos antes mencionados, se obtiene $\frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BC}$,

reemplazando los segmentos de esta proporción por sus respectivas medidas, se tiene $\frac{3}{15} = \frac{5}{BC}$,

ahora, multiplicando cruzado, se llega a $3 \cdot BC = 75$, y despejando BC, se obtiene que $BC = 25$, respuesta que se encuentra en la opción A).

En este ítem la omisión fue cercana al 30% y lo contestó correctamente el 36,6%, por lo que éste es considerado difícil.

El distractor más marcado fue B), con un 14,5% de las preferencias, llegan a él quienes obtienen la medida de $\overline{CE}$ y no la del trazo pedido $\overline{BC}$, lo cual ocurre cuando establecen la proporción $\frac{3}{15} = \frac{5}{5 + CE}$, de donde $CE = 20$.

También, el distractor D) fue bastante elegido (9%), aquí toman erróneamente la proporción, y consideran como valida la relación $\frac{DE}{AC} = \frac{BE}{EC}$, error muy común en este tipo de aplicación del teorema de Thales.

46. En la figura 10, el Δ ABC está inscrito en una semicircunferencia de centro O y $\overline{CD} \perp \overline{AB}$. ¿Cuál(es) de las siguientes semejanzas es (son) verdadera(s)?

I) Δ ADC ~ Δ ACB
II) Δ ABC ~ Δ CBD
III) Δ ADC ~ Δ CDB

A) Sólo I
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas.

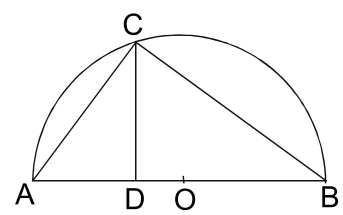


fig. 10

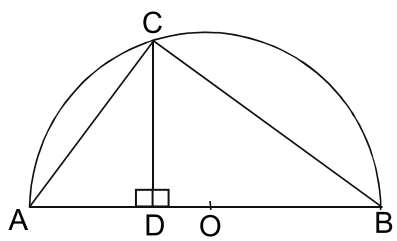
Comentario:

El contenido de este ítem es de segundo año de Enseñanza Media y corresponde a los criterios de semejanza de triángulos.

El alumno para resolverlo debe saber que todo ángulo inscrito que abarque una semicircunferencia es recto, luego en la figura se tiene que $\sphericalangle$ ACB = 90°.

Además, debe recordar que dos triángulos son semejantes si tienen dos de sus ángulos respectivamente congruentes (criterio AA).

Como $\overline{CD}$ es altura del triángulo ABC, se forman en éste dos triángulos rectángulos, ADC y CDB, como se muestra en la figura:



Como Δ ACB es rectángulo en C y Δ ADC es rectángulo en D y $\sphericalangle$ CAB es común a ambos triángulos, se tiene que Δ ADC ~ Δ ACB. Por lo tanto, I) es verdadera.

Realizando el mismo análisis anterior, los triángulos ABC y CBD son rectángulos y tienen el $\sphericalangle$ ABC en común, luego ambos triángulos son semejantes, y por esto II) también, es verdadera.

Finalmente, como Δ ADC ~ Δ ABC y Δ ABC ~ Δ CDB, se tiene por transitividad que Δ ADC ~ Δ CDB, que equivale a decir que ambos triángulos tienen dos ángulos iguales, pues son rectángulos y $\sphericalangle$ CAD = $\sphericalangle$ DCB, luego III) es verdadera.

Como las tres afirmaciones son verdaderas, la respuesta correcta está en la opción D).

La pregunta la contestó correctamente el 27,1% de los alumnos y la omisión fue alta, de un 34,6%, lo que indica que este contenido de semejanza de triángulos es muy poco dominado por ellos.

El distractor más elegido fue B), con un 20,5% de adhesión, es posible que a estos estudiantes visualmente les pareciera que los triángulos planteados en la afirmación III) eran semejantes, pero no fueron capaces de realizar un análisis mas profundo, para así, darse cuenta que las afirmaciones I) y II) también eran verdaderas, o bien, no fueron capaces de reconocer que el $\sphericalangle$ ACB = 90°.

47. En la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB}$ de la figura 11, la medida del ángulo **x** es

A) 32º
B) 26º
C) 38º
D) 52º
E) 64º

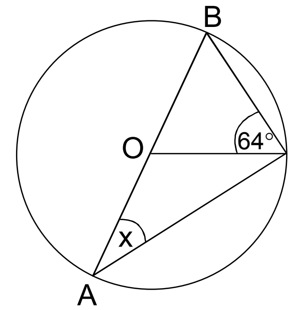


fig. 11

Comentario:

Este ítem es de segundo año Medio y el contenido medido tiene relación con ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia. En particular, los estudiantes deben recordar que un ángulo inscrito es la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco, y que un ángulo inscrito en una semicircunferencia mide 90°.

El estudiante puede resolver de dos maneras distintas el ítem. Con el fin de poder nombrar los ángulos y triángulos que aparecen en la figura, llamaremos C al tercer vértice del triángulo inscrito en la circunferencia.

La primera forma de resolverlo es considerando, que los triángulos AOC y BOC son isósceles de bases $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, respectivamente, ya que $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ y $\overline{OC}$ son radios de la circunferencia, luego $\sphericalangle$ OCB = $\sphericalangle$ CBO = 64°, y por lo tanto $\sphericalangle$ BOC = 52°.

Este último ángulo es el ángulo del centro que subtiende el mismo arco que el ángulo inscrito **x**, lo que indica que éste mide la mitad de 52°, es decir $\sphericalangle$ x = 26°.

Otra forma de resolverlo es la siguiente: el triángulo ABC es rectángulo en C, por estar inscrito en la semicircunferencia, el $\sphericalangle$ OCA es complemento del $\sphericalangle$ BCO, por lo que su medida es 26° y como el Δ ACO es isósceles, el $\sphericalangle$ x debe ser igual a 26°.

Por lo tanto, la opción correcta es B).

La pregunta resultó de mediana dificultad, el 42,4% de los alumnos la contestó bien, sin embargo la omisión no fue baja, ya que un tercio de los alumnos no la contestó.

El distractor más marcado fue A), con un 8,1% de adhesión, en este caso asumen que el $\sphericalangle$ BOC mide 64°, y luego aplican bien la propiedad del ángulo inscrito, llegando a que $\sphericalangle$ x = 32°.

48. En la figura 12, $\overline{CD}$ es un diámetro de la circunferencia de centro O. Si el ∢ BOD = 20° y arco AD es congruente con el arco DB, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **FALSA(S)**?

I) ∢ CBO = 20°
II) ∢ CAO = ∢ AOD
III) ∢ AOD = ∢ BOD

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

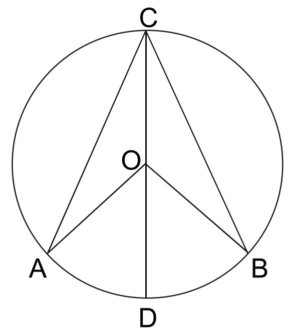


fig. 12

Comentario:

Este ítem, al igual que el anterior, corresponde a un contenido de segundo año Medio que es el de ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia.

Esta pregunta es del tipo combinada y para determinar cuál o cuáles de las afirmaciones propuestas es FALSA, procederemos a estudiar cada una de ellas.

En I), el ∢ BOD mide 20°, entonces ∢ BCO = 10°, porque es un ángulo inscrito que subtiende igual arco que el ángulo del centro BOD, luego mide la mitad de éste. Como el Δ COB es isósceles, ya que OC = OB = radio, se tiene que el ∢ CBO = 10°, por lo tanto I) es falsa.

En II), se dice en el enunciado que arco AD ≅ arco DB, se tiene que ∢ BOD = ∢ AOD = 20°. Por otro lado, haciendo un análisis similar al hecho en I), el Δ AOC es isósceles con ∢ ACO = ∢ CAO = 10°, luego ∢ AOD ≠ ∢ CAO, lo que indica que II) también, es falsa.

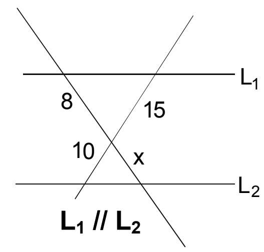
Según lo indicado en el párrafo anterior, ∢ AOD = ∢ BOD = 20° pues éstos son ángulos del centro que subtienden arcos congruentes, luego III) es verdadera.

Como I) y II) son falsas, se tiene que la opción correcta es C).

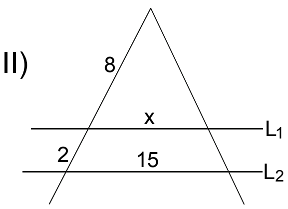
Estadísticamente esta pregunta resultó difícil, con un 36,7% de respuestas correctas y con una omisión cercana al 30%.

Un 11,7% de los estudiantes marcaron el distractor D). Ellos consideraron la afirmación I) como verdadera, quizás porque no reconocieron que ∢ DCB es un ángulo inscrito que subtiende el mismo arco que el ángulo del centro DOB, o bien no sabían la propiedad que los relaciona, o bien no reconocieron que el Δ BOC es isósceles de base $\overline{BC}$. Además, estos postulantes consideraron que III) era falsa, es decir no supieron que los ángulos del centro que subtienden arcos congruentes, son de igual medida.

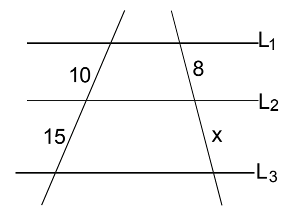
49. ¿En cuál(es) de las siguientes figuras el valor de **x** es 12?

I)


$L_1 // L_2$

II)


$L_1 // L_2$

III)


$L_1 // L_2 // L_3$

A) Sólo en I
B) Sólo en II
C) Sólo en III
D) Sólo en II y en III
E) En I, en II y en III

Comentario:

El contenido al que apunta esta pregunta es el teorema de Thales sobre trazos proporcionales, que corresponde a segundo año de Enseñanza Media.

Para resolverlo el alumno debe tener la habilidad de transcribir los datos de las figuras presentadas, a una ecuación con proporciones sencilla.

Como cada una de las tres figuras propuestas está constituida por rectas paralelas entre sí, para verificar si x = 12, aplicaremos el teorema de Thales sobre los trazos proporcionales que se forman.

En la figura I), los triángulos que se forman son semejantes ya que tienen ángulos correspondientes iguales entre paralelas (criterio AA), luego al hacer corresponder en cada uno de ellos los lados homólogos, se tiene la proporción:

$$\frac{10}{15} = \frac{x}{8},$$

despejando la incógnita, resulta $x = \frac{80}{15} = 5,\overline{3}$,

luego, I) es falsa.

En II), también los triángulos que se forman son semejantes, por la misma razón que en I), luego si se hace corresponder los lados homólogos resulta $\frac{x}{15} = \frac{8}{10}$,

de donde, $x = \frac{120}{10} = 12$, por lo que II) es verdadera.

En III), se aplica directamente el teorema de Thales sobre trazos proporcionales, resultando que $\frac{10}{15} = \frac{8}{x}$, es decir $x = \frac{120}{10} = 12$, lo que indica que III) es verdadera.

El análisis anterior señala que II) y III) son verdaderas, luego la opción correcta es D).

Esta pregunta resultó muy difícil pues la contestó correctamente sólo un 16,3% de los alumnos que la abordaron y la omisión fue alta, de un 44,8%, esto llama mucho la atención pues las relaciones que se establecen entre los segmentos, son sencillas dentro de la aplicación del teorema de Thales.

El distractor más marcado por los estudiantes fue C) con un 13,7%. En este caso, ellos consideraron que II) era falsa al establecer una relación de proporcionalidad entre los trazos que no es correcta, lo más probable es que la proporción que se plantearon fue $\frac{x}{15} = \frac{8}{2}$.

50. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 12 cm, entonces el coseno del ángulo menor es

A) $\frac{5}{13}$

B) $\frac{12}{13}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{12}{5}$

E) $\frac{13}{12}$

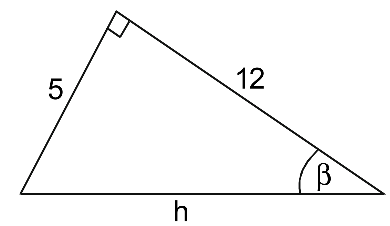
Comentario:

Este ítem es de tercer año de Enseñanza Media y el contenido a evaluar es el de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

Para resolverlo, el estudiante debe recordar y aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo que es enseñado en la Enseñanza Básica. Además, debe saber la definición del coseno de un ángulo agudo en el triángulo rectángulo:

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

En este tipo de pregunta es conveniente hacer una figura que permita visualizar los datos que se conocen y los datos que son necesarios de determinar, para contestarla.



Para determinar el coseno de un ángulo, se debe conocer la hipotenusa del triángulo, la cual se determina aplicando el teorema de Pitágoras.

En efecto,
$$h^2 = 5^2 + 12^2$$
$$h^2 = 25 + 144$$
$$h^2 = 169$$
$$h = \sqrt{169}$$
$$h = 13$$

Como se pregunta por el coseno del ángulo menor y en todo triángulo, a menor lado se opone menor ángulo, el ángulo menor en el dibujo sería el $\measuredangle\,\beta$.

Luego, aplicando la definición de coseno, se tiene:

$$\cos\beta = \frac{12}{13},$$

que corresponde a la opción B).

Esta pregunta la contestó acertadamente el 34,5% de los estudiantes y la omisión no fue baja, alcanzando ésta a un 34,1%.

Lo anterior llama la atención, considerando que el triángulo pedido, es bastante recurrente en el trabajo del aula y que aquí la definición del coseno, se pide aplicarla en forma directa.

El distractor más elegido fue A) con un 13,9%, y corresponde a aquellos estudiantes que confunden la definición de coseno por la de seno, o bien no supieron reconocer cual era el ángulo menor.

51. En la figura 13, si el Δ ABC es rectángulo en C y $AC = BC = 6\sqrt{2}$, entonces CD es

A) $3\sqrt{2}$
B) $6\sqrt{2}$
C) 3
D) 6
E) 12

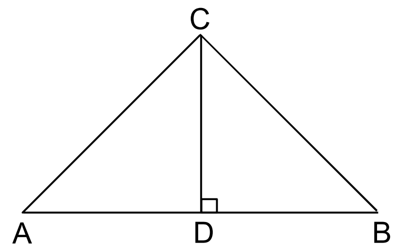


fig. 13

Comentario:

Este ítem es de tercer año Medio y su contenido corresponde al teorema de Euclides relativo a la proporcionalidad de segmentos en el triángulo rectángulo.

Para resolverlo, el alumno debe reconocer las relaciones que se pueden establecer con las medidas entregadas en el triángulo rectángulo, y así, a través de los teoremas de Pitágoras y Euclides, encontrar la medida del segmento pedido.

Como se pide la medida de $\overline{CD}$, se aplica el teorema de Euclides relativo a la altura, es decir $CD^2 = AD \cdot DB$.

Para determinar la medida de la hipotenusa del Δ ABC se aplica el teorema de Pitágoras, obteniéndose

$$AB^2 = (6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2$$
$$AB^2 = 72 + 72$$
$$AB = \sqrt{144}$$
$$AB = 12$$

Como el Δ ABC es isósceles la altura $\overline{CD}$, es además, transversal de gravedad, y por lo tanto $\overline{AD} \cong \overline{DB}$.

Y como AB = AD + DB, se puede concluir que AD = DB = 6.

Ahora, aplicando el teorema de Euclides se obtiene que $CD^2 = 6 \cdot 6$, de donde $CD = \sqrt{36} = 6$,

por lo tanto, la opción correcta es D).

Otra forma de resolver el ítem, es considerando que como el triángulo ABC es rectángulo isósceles, la altura $\overline{CD}$ es además transversal de gravedad, luego $CD = AD = DB = \frac{1}{2}$ AB, y como AB = 12, se tiene que CD = 6.

En esta pregunta la omisión resultó alta, llegando al 39,7% y la contestó correctamente un 32% de los estudiantes, lo que indica que estadísticamente éste es un ítem difícil.

El distractor A) fue el más marcado por los estudiantes (13,6%). En este caso, ellos consideraron que la medida de la altura correspondía a la mitad de la medida de un cateto del Δ ABC, y por lo tanto tienen un desconocimiento absoluto de los contenidos involucrados en el ítem.

52. La longitud de un cable que tiene sus extremos fijos en un poste y en la tierra, es de $20\sqrt{3}$ metros. El cable forma un ángulo de 60° con la tierra. ¿A cuántos metros de la tierra está fijo el cable en el poste?

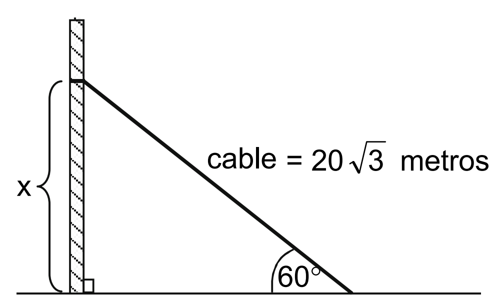
A) A $10\sqrt{3}$ metros
B) A $10\sqrt{6}$ metros
C) A 30 metros
D) A 40 metros
E) A 60 metros

Comentario:

El contenido que es necesario dominar para resolver esta pregunta es el de “resolución de problemas contextualizados relativos a cálculos de alturas o distancias inaccesibles”, que corresponde al tercer año de Enseñanza Media.

Para su resolución el alumno debe realizar un análisis de la situación planteada en el enunciado, para luego aplicar la razón trigonométrica que involucra los datos entregados, con el fin de obtener la medida pedida.

La situación señalada en el enunciado, se grafica a continuación:



El cable, es la hipotenusa del triángulo rectángulo que se forma y la medida pedida en el enunciado corresponde a la incógnita **x**.

Para encontrar el valor de **x**, usaremos la razón trigonométrica

$$\text{sen } 60° = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

es decir, $\text{sen } 60° = \dfrac{x}{20\sqrt{3}}$

como sen 60° = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, se tiene que $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{20\sqrt{3}}$

de donde $x = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3}}{2}$

$x = 30$ metros

luego, la opción correcta es C).

Esta pregunta resultó muy difícil, la contestó correctamente sólo el 15,7% de las personas que la abordaron y la omisión fue muy alta, llegando al 58,1%.

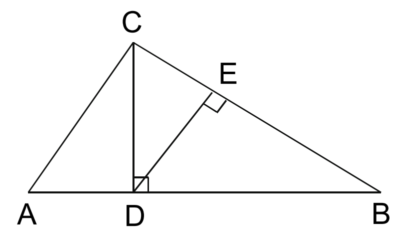
Este resultado estadístico podría indicar que los alumnos no están habituados a trabajar con problemas contextualizados, en donde deben interpretar datos y luego aplicar el contenido adecuado para la resolución del problema, o bien no saben relacionar la medida de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo con la medida de los lados de éste, a través de una razón trigonométrica.

El 13,4% de los estudiantes consideraron que el distractor A) era la respuesta correcta. Al igual que en el ítem anterior, ellos consideraron que un cateto mide la mitad de la hipotenusa, o bien, cometieron un error de operatoria, al despejar **x** en $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{20\sqrt{3}}$.

53. Si en el triángulo ABC de la figura 14, CE = 3 cm y BE = 12 cm, entonces la medida de $\overline{CD}$ es

A) 6 cm
B) $3\sqrt{5}$ cm
C) $3\sqrt{2}$ cm
D) 9 cm
E) indeterminable con los datos dados.

fig. 14



Comentario:

Esta pregunta es de tercer año de Enseñanza Media y su contenido corresponde al teorema de Euclides relativo a la proporcionalidad de segmentos en el triángulo rectángulo.

En primer lugar, el alumno debe determinar la medida del trazo DE, aplicando el teorema de Euclides relativo a la altura, en el Δ CDB,

es decir, $DE^2 = 12 \cdot 3$

$DE = \sqrt{36}$

$DE = 6$ cm

Luego, para determinar la medida de CD, se aplica el teorema de Pitágoras en el Δ CED,

en efecto, $CD^2 = 6^2 + 3^2$

$CD = \sqrt{36+9}$

$CD = \sqrt{45}$

descomponiendo, $CD = 3\sqrt{5}$ cm

valor que se encuentra en la opción B).

Esta pregunta resultó muy difícil, la contestó acertadamente el 10,1% de los estudiantes que la abordaron, y la omisión fue del 34,3%.

El distractor D) fue el más elegido (39,7%), lo señalaron quienes no fueron capaces de darse cuenta que se debía aplicar el teorema de Euclides en el Δ DBC, y posiblemente asumieron que el segmento pedido se obtenía restando los dos segmentos dados en el enunciado, o bien, la medida del segmento CD la determinaron como la suma de las medidas de los catetos del triángulo DEC.

54. En el cubo de la figura 15, la longitud de la arista es 3 y un vértice está en el origen (0, 0, 0). Si el punto **M** tiene coordenadas (3, 1, 0) y cada arista se ha dividido en tres partes iguales, ¿cuáles son las coordenadas del punto **S**?

A) (2, 3, 3)
B) (3, 3, 3)
C) (3, 3, 2)
D) (2, 2, 3)
E) (3, 2, 3)

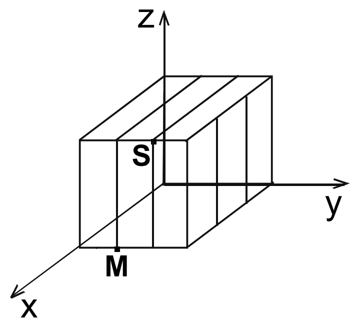


fig. 15

Comentario:

El contenido al que apunta este ítem es de cuarto año de Enseñanza Media y se refiere a “planos en el espacio y coordenadas cartesianas en el espacio”.

Para resolverlo el alumno debe tener desarrollada la habilidad espacial, ya que se está trabajando en tres dimensiones.

Como las coordenadas de **M** son (3, 1, 0), y el punto **S** (x, y, z) se encuentra en la arista paralela a la que contiene al punto **M** y paralela al plano **xy**, se tiene que la coordenada **x** es 3. El punto **S** se encuentra en un plano paralelo al plano **xz**, a dos unidades de él, luego y = 2. Por último, la coordenada **z** es 3, ya que el cuerpo es un cubo de arista 3.

En conclusión, las coordenadas de **S** son (3, 2, 3).

Por lo tanto, la opción correcta es E).

Esta pregunta resultó difícil, la respondieron acertadamente el 32,8% de los estudiantes y la omisión fue alta, llegó al 52,4%. Los distractores fueron marcados en un porcentaje muy similar entre ellos, lo que indica posiblemente, que los alumnos poseen poco dominio de este contenido al ser muy poco trabajado en el aula.

55. El área total de un cubo es 294 cm^2. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

I) El área de una cara es 49 cm^2.
II) La diagonal de una de las caras es $7\sqrt{2}$ cm.
III) La suma total de las longitudes de sus aristas es 56 cm.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

Comentario:

Este ítem corresponde a cuarto año de Enseñanza Media y su contenido es el de “resolución de problemas sencillos sobre áreas y volúmenes de cuerpos geométricos”.

A continuación, con los datos dados en el enunciado, estudiaremos la veracidad o falsedad de cada una de las afirmaciones señaladas.

Para ello, el alumno debe reconocer los elementos de un cubo, en este caso las caras, las diagonales de una cara y las aristas, y además, debe saber calcular el área total de éste.

El área total de un cubo corresponde a la suma del área de los seis cuadrados congruentes entre sí que lo forman, es decir $A_T = 6a^2$, con **a** la medida de la arista del cubo.

Como el área total del cubo, según el enunciado, es 294 cm^2, se tiene que $6a^2 = 294$
$a^2 = 49\ cm^2$

que corresponde al área de una cara del cubo, por lo que I) es verdadera.

Además, el alumno debe recordar que la diagonal de un cuadrado de lado **a** es $\mathbf{a}\sqrt{2}$. En este caso como la arista del cubo es 7, la diagonal de una de sus caras es $7\sqrt{2}$ cm, es decir, II) también es verdadera.

Las aristas de un cubo son doce, por lo tanto, la suma de todas sus aristas, cada una de medida 7 cm, es 84 cm y no 56 cm como se indica en la afirmación III), por lo tanto ésta es falsa.

De esta manera, se concluye que la opción correcta es C).

Esta opción la contestó acertadamente el 31,8% de los estudiantes, por lo que es considerada difícil, y la omisión fue alta, pues ésta llegó al 49,9%. Llama la atención que siendo un contenido en donde se deben realizar cálculos tan sencillos, resultara con esta omisión, quizás esto se deba al hecho de que como este es un contenido de cuarto medio, no alcance a ser estudiado con la profundidad que se requiere.

Los distractores fueron marcados con porcentajes muy similares entre ellos.

FACSÍMIL DE MATEMÁTICA COMENTARIOS PREGUNTAS 56 A 70

El próximo jueves 6 de septiembre de 2007 aparecerá la cuarta parte de la Resolución y Comentarios del facsímil de Matemática, divulgado el 17 de mayo pasado. En tal publicación se comentarán las preguntas 56 a 70, correspondientes a los ejes temáticos de Probabilidad y Estadística, y preguntas de Suficiencia de Datos.

Facultad de Humanidades de la USACH:

Una real opción para quienes buscan calidad, tradición y liderazgo

Las carreras humanistas que se dictan en la institución están avaladas por la Comisión Nacional de Pregrado, CNAP.

La Facultad de Humanidades con sus seis unidades departamentales: Lingüística y Literatura, Historia, Filosofía, Educación y Escuelas de Periodismo y Psicología, cubre el amplio espectro de las formaciones profesionales en el campo de las Humanidades, Ciencias Sociales y Educación.

La calidad académica de las carreras de pregrado que ofrece esta facultad está avalada por la Comisión Nacional de Pregrado, CNAP, instancia que acreditó entre 2006 y 2007, siete programas, algunos con más de 25 años de vigencia, entre los que se incluyen las Licenciaturas en Educación en Filosofía, en Historia y Ciencias Sociales, en Educación en Castellano y en Inglés. Del mismo modo, acreditó carreras más recientes como Licenciatura en Lingüística Aplicada a la Traducción, mención Inglés-Japonés e Inglés-Portugués y otras con más de 15 años, como son Psicología y Periodismo, esta última acreditada con sus respectivos programas diurno y vespertino.

EDUCACIÓN BÁSICA Y ESTUDIOS INTERNACIONALES

Licenciatura en Estudios Internacionales entró en vigencia el 2007 y está adscrita al Departamento de Historia. Esta carrera, sin referente en Chile, tiene la misión de formar un profesional para ejercer como asesor o integrar equipos de apoyo técnico a organizaciones empresariales, ONG's y el tercer sector en temas como análisis de riesgo político, gobernabilidad y desarrollo organizacional, ciudadanía y calidad de la democracia, entre otros.

Licenciatura en Educación General Básica constituye otra oferta renovada y es la única que ofrece las menciones de "Lenguaje, Comunicación y Comprensión del Medio Social" y "Matemática y Comprensión del Medio Natural".


USACH

Los alumnos tienen sello USACH.

PERIODISMO Y PSICOLOGÍA

Estas dos carreras fueron creadas en la década del 90, respondiendo a las necesidades del mercado. Los periodistas egresados de la Usach se preocupan del cultivo y desarrollo de las disciplinas que estudian, tanto los fenómenos de la comunicación humana, como los mediales y organizacionales, mientras que los egresados de Psicología, estudian e investigan el comportamiento humano para diagnosticar, prevenir, manejar y resolver problemas psicológicos.

HISTORIA Y LINGÜÍSTICA Y LITERATURA

El Departamento Lingüística y Literatura imparte las Licenciaturas en Educación en Inglés, Educación en Castellano y Lingüística Aplicada a la Traducción. Esta última es única en su tipo en Latinoamérica. Cabe destacar Licenciatura en Educación en Inglés en horario vespertino, como una forma de satisfacer las necesidades de enseñanza del inglés en nuestro país.

Finalmente el Departamento de Historia, forma profesores de Estado en Historia y Ciencias Sociales, reconocido entre sus pares por su capacidad de generar significativos conocimientos históricos.