EL MERCURIO

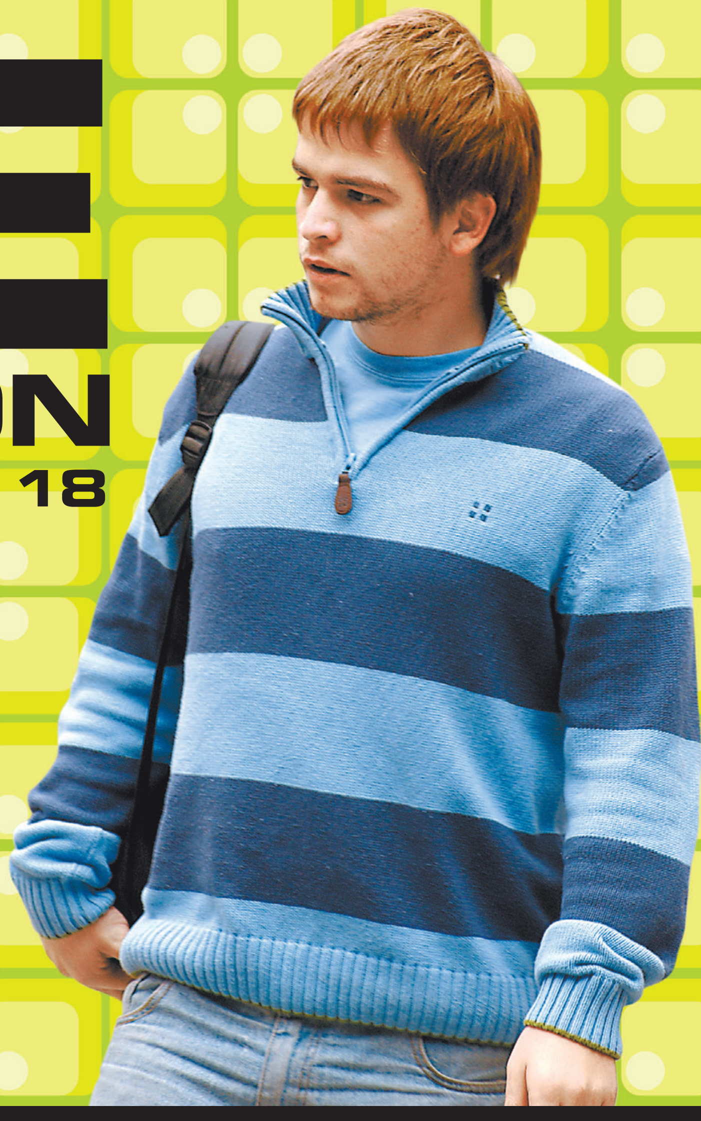
FACSÍMIL PSU® 2006

DOCUMENTO OFICIAL

PROCESO DE ADMISIÓN 2007 | DOCUMENTO OFICIAL

RE SOLUCIÓN

PREGUNTAS 1 A 18



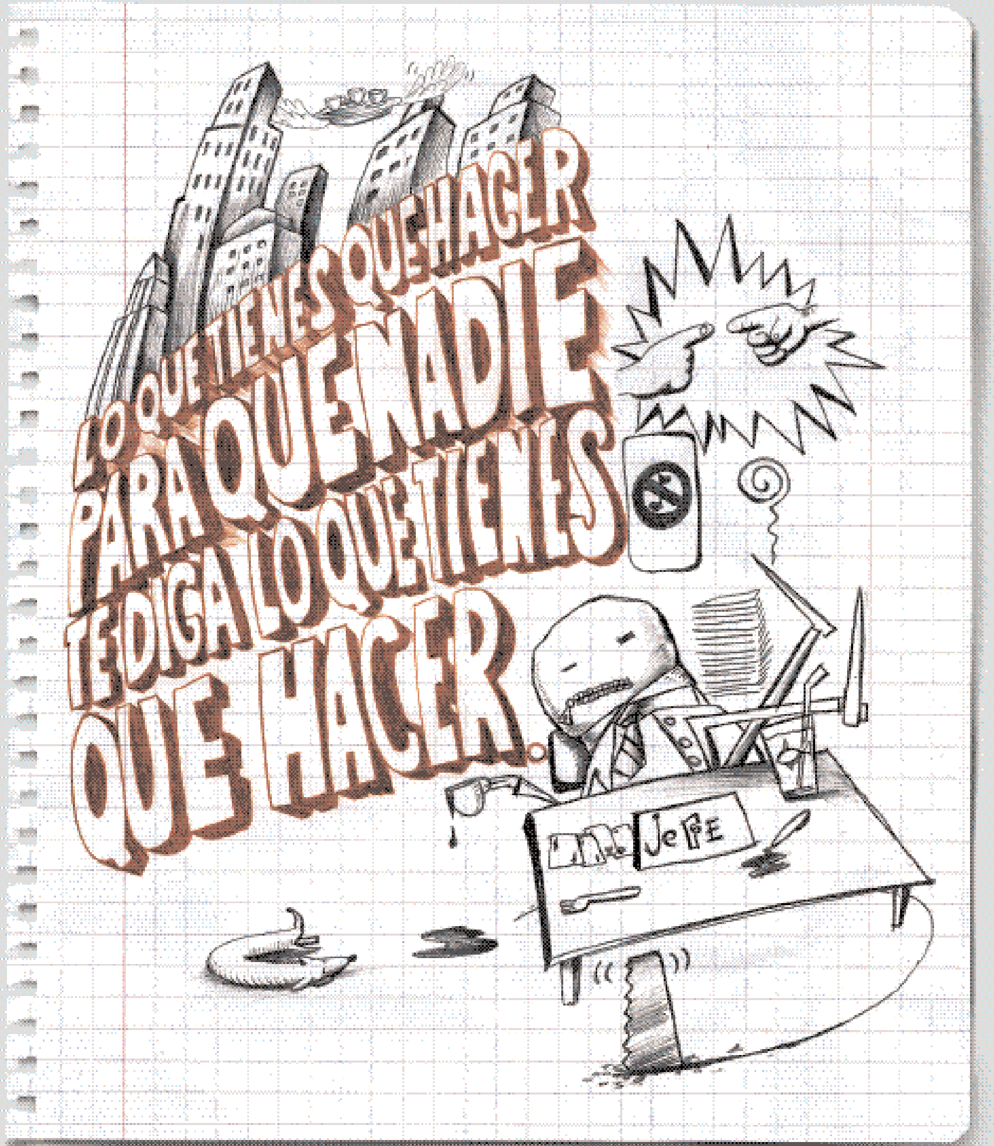
Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

Matemática

JUEVES 29 DE JUNIO DE 2006

SERIE DEMRE Nº 9



Prepara la PSU® con los que hacen la PSU®.

Exige todos los jueves en El Mercurio las únicas publicaciones y facsímiles oficiales de la PSU® de este año, desarrollados por el Consejo de Rectores y la Universidad de Chile.

Toda la información que necesitas para el proceso de admisión 2007 está en El Mercurio.

Jueves 6 de julio : Resolución Facsímil Prueba Historia y Ciencias Sociales Parte 1.

Consejo de Rectores Universidades Chilenas

Universidad de Chile

EL MERCURIO

RESOLUCIÓN FACSÍMIL DE MATEMÁTICA, PARTE I

INTRODUCCIÓN

El conocimiento de la matemática juega un rol importante en la formación de los individuos, por cuanto proporciona conceptos básicos, estructuras, reglas, métodos, principios y habilidades que estimulan las facultades mentales superiores de la persona, capacitándola para resolver distintas situaciones problemas, no sólo en el ámbito del razonamiento matemático, sino también en otras ciencias y en la vida diaria.

En cierta medida, la matemática suministra un vínculo entre la razón del ser humano y el mundo en que vive. Está presente en el comprender, en el actuar y aún en el jugar. Es una gran aliada cuando queremos expresar nuestras ideas en forma clara, precisa y concisa, por cuanto en sí misma es un lenguaje no ambiguo, que maneja la claridad y precisión en su metodología, obligando al que lo usa a ordenar y aclarar sus ideas antes de emplearlo.

Como ciencia deductiva, agiliza el razonamiento y forma la base estructural en que se apoyan las demás ciencias, además por su naturaleza lógica, modela los procedimientos adecuados para el estudio y comprensión de la naturaleza y para el eficaz comportamiento en la vida diaria. Al mismo tiempo, la matemática, a través del método que emplea en su aprehensión, proporciona ciertas herramientas indispensables para llevar a cabo dichas deducciones y para moverse con soltura en la sociedad.

En síntesis, la Matemática, como disciplina por excelencia, ocupa un lugar de relevancia en el currículo de la Educación General Básica y en el de la Educación Media.

Teniendo presente lo anterior, y por acuerdo del H. Consejo de Rectores, se incluyó en la batería de selección una **Prueba de Matemática obligatoria**, que consta de 70 preguntas con una duración de 2 horas y 15 minutos.

Ella está estructurada en cuatro ejes temáticos:

- Números y Proporcionalidad
- Álgebra y Funciones
- Geometría
- Probabilidad y Estadística

Y mide las siguientes habilidades cognitivas:

- **Reconocer** hechos específicos; captar el sentido de terminologías propias de la matemática; reconocer algoritmos y procedimientos rutinarios; reconocer distintas maneras de expresar números; transformar elementos de una modalidad a otra, etc.

- **Comprender información en el contexto matemático** lo que exige del postulante capacidad de transferencia y generalización, lo que, a su vez, demanda una mayor capacidad de abstracción. Es decir, manejar conceptos, propiedades, reglas y generalizaciones; comparar magnitudes; leer e interpretar datos de gráficos y/o diagramas; interpretar las relaciones existentes en un problema sencillo; manejar informaciones en sus diversas formas; realizar estimaciones; emplear información recién recibida; etc.

- **Aplicar los conocimientos matemáticos** tanto a situaciones conocidas como a problemas relativamente nuevos y a otros desconocidos. En este contexto, el postulante debe ser capaz de utilizar diversas estrategias para resolver problemas; realizar comparaciones a la luz del problema; resolver problemas de rutina; descomponer y organizar información que se presenta en diversas formas; elaborar información necesaria para resolver un problema; etc.

- **Analizar, realizar síntesis y evaluar.** Estos son los procesos intelectuales superiores, es decir, aquí el grado de complejidad es mayor que en las categorías anteriores. En forma particular corresponde, entre otras, a la capacidad para inferir relaciones que se dan entre los elementos de un problema; descubrir patrones y regularidades; sacar conclusiones a partir de una información dada; efectuar abstracciones de figuras geométricas, gráficos y diagramas, para resolver problemas; y evaluar la pertinencia de las soluciones de un problema.

Las publicaciones de este proceso de admisión 2007 tienen como propósito entregar información a profesores y alumnos sobre los tópicos y habilidades que se evalúan en la prueba obligatoria de Matemática.

Para ello se presentará un análisis cuantitativo y cualitativo de cada una de las preguntas del facsímil de prueba publicado por El Mercurio el 01 de junio del 2006, elaborado con preguntas probadas y cumpliendo con todas las exigencias de una prueba oficial, en términos de contenidos, habilidades, grados de dificultad y tipos de preguntas. En consecuencia, su análisis se estima que sirva de retroalimentación al trabajo de profesores y alumnos.

Cada ítem se presentará acompañado del porcentaje de respuestas correctas, el nivel de omisión y la forma o formas de responderlo, explicitando las capacidades que se ponen en marcha para llegar a la solución y los errores más comunes que los alumnos cometen. También se indicará el curso en el cual se ubica el contenido en el marco curricular y su relación con los otros tópicos de la disciplina.

El porcentaje de respuestas correctas es un indicador de la dificultad de la pregunta en el grupo evaluado y la omisión se considera como un índice de bajo dominio o desconocimiento de los contenidos involucrados en el ítem.

Esta publicación se abocará al análisis de las primeras 18 preguntas del facsímil mencionado anteriormente y que corresponden a los ejes temáticos de Números y Proporcionalidad y una parte de Álgebra.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD QUE CORRESPONDEN A PRIMER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA

1. $(30 + 5)^2 - (30 + 5)(30 - 5) =$

A) 0
B) 50
C) 300
D) 350
E) 450

Comentario:

Esta pregunta se puede resolver usando potencias de base positiva y exponente entero, donde se requiere que el estudiante recuerde la prioridad de las operaciones en la resolución de ejercicios, y efectúe además operaciones de rutina en el conjunto de los números enteros.

En este caso, primero se resuelven las operaciones que están entre los paréntesis:

$$(30 + 5)^2 - (30 + 5)(30 - 5) = 35^2 - 35 \cdot 25,$$

luego se calcula la potencia, el producto y la sustracción, resultando:

$$1.225 - 875 = 350$$

que corresponde a la opción D).

Otra forma de responder esta pregunta es a través del desarrollo de los Productos Notables (cuadrado de un binomio y suma por su diferencia), para luego resolver teniendo claro la prioridad de las operaciones en un ejercicio.

En efecto,

$$(30 + 5)^2 - (30 + 5)(30 - 5) = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 5 + 5^2 - (30^2 - 5^2)$$

luego elevando al cuadrado, multiplicando y eliminando paréntesis se tiene:

$900 + 300 + 25 - 900 + 25$, lo que da por resultado 350.

Los distractores A) y B) fueron contestados en un 11% y 14%, respectivamente. En ambos casos desarrollaron mal el cuadrado de un binomio

dicen que $(30 + 5)^2 = 30^2 + 5^2$,

además, en el distractor A) no distribuyeron el signo menos:

$$30^2 + 5^2 - (30^2 - 5^2) = 30^2 + 5^2 - 30^2 - 5^2 = 0.$$

Los datos estadísticos de esta pregunta muestran que ella resultó de una dificultad mediana, en que el 45% de los estudiantes que la abordó la contestó correctamente y la omisión fue de un 17%.

2. $(0,2)^{-2} =$

A) 5
B) 10
C) 25
D) $\frac{1}{25}$
E) $\frac{1}{5}$

Comentario:

El principal contenido involucrado en esta pregunta es el de potencias de base positiva y exponente entero. En este caso la pregunta apunta a aplicar bien la propiedad de una potencia con exponente negativo, es decir,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Pero, además, el estudiante debe recordar de Enseñanza Básica como transformar de número decimal finito a fracción irreductible y como calcular el valor de una potencia.

Para resolverla se transforma el número decimal 0,2 a fracción irreductible, resultando $\frac{1}{5}$, y luego se aplica la propiedad de las potencias de exponente negativo antes mencionada,

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{1}\right)^{2} = 5^2 = 25$$

obteniéndose que la clave es la opción C).

Esta pregunta, que aparentemente es de una fácil resolución y que no requiere de mayores cálculos, en la práctica resultó difícil, pues sólo el 37% de todas las personas que rindieron la prueba la contestó correctamente y un 35% de ellas la omitió.

El distractor más elegido, con un 13%, fue D), donde realizan correctamente la transformación de número decimal a fracción y el calculo de la potencia, pero se olvidan de que el exponente es negativo.

3. Una persona debe recorrer 12,3 kilómetros y ha caminado 7.850 metros. ¿Cuánto le falta por recorrer ?

A) 4,45 km
B) 4,55 km
C) 5,55 km
D) 5,45 km
E) 6,62 km

Comentario:

Este es un problema sencillo que requiere saber realizar transformaciones de unidades en el sistema métrico decimal y resolver operatoria rutinaria en el ámbito de los números racionales.

El problema se resuelve transformando en primer lugar 7.850 metros a kilómetros (1 km = 1.000 m) para dejar ambos datos en la misma unidad de medida, luego,

$$7.850 : 1.000 = 7{,}85 \text{ km}.$$

Así, para llegar a la solución se debe realizar la sustracción que permite determinar cuál es la distancia que falta por recorrer a la persona involucrada en el problema:

$$12{,}3 \text{ km} - 7{,}85 \text{ km} = 4{,}45 \text{ km},$$

resultando que la opción correcta es la A).

El distractor más elegido fue el B) con un 11%. En este caso el error está en que no realizan bien la sustracción de números decimales,

$$\begin{array}{r} 12{,}3 \\ -\underline{\ \ 7{,}85} \\ 4{,}55 \end{array}$$

no asumen que la centésima de 12,3 es un cero y al restar no lo consideran y simplemente bajan el 5.

Según los datos estadísticos de la pregunta, el 55% de los alumnos la contestó correctamente y un 18% la omitió, lo que indica que resultó con una dificultad mediana, siendo que el problema planteado es rutinario y no requiere de grandes cálculos.

4. En una casa comercial hacen un descuento de un 15% de la mitad del precio marcado de una mercadería. Si la mercadería tiene un precio marcado de $ 600, ¿cuánto me descuentan ?

A) $ 555
B) $ 510
C) $ 255
D) $ 45
E) $ 90

Comentario:

En este caso, el ítem apunta al contenido relacionado con el planteamiento y resolución de problemas que involucran porcentaje, para lo cual el estudiante debe ser capaz de interpretar las relaciones existentes entre los datos entregados en el problema, y además saber calcular el porcentaje de una cantidad dada.

Para contestarlo, en primer lugar, se debe calcular la mitad del precio que está marcado en la mercadería:

$$\$\ (600 : 2) = \$\ 300,$$

y a continuación se debe determinar el 15% de esta mitad, lo que corresponde al descuento que hace la casa comercial:

$$15\% \text{ de } 300 = \frac{15}{100} \cdot 300 = \$\ 45,$$

resultado que corresponde a la opción D).

El error que más se repitió, fue de una mala lectura del problema, ya que los alumnos solamente calcularon el 15% de $ 600, que es el precio original de la mercadería, y no de su mitad. Este error que corresponde al distractor E), fue cometido por el 14% de los estudiantes.

El 63% de los alumnos contestaron correctamente esta pregunta, lo que indica que este problema resultó relativamente fácil, junto al hecho de que la omisión fuera bastante baja, de un 10%.

Estos problemas que involucran cálculos de porcentajes son importantes y es necesario que los alumnos sean capaces de resolverlos, pues están en estrecha relación con la vida cotidiana.

5. En una vitrina de un negocio se observa lo siguiente: “Antes $ 400, ahora $ 300”. Con respecto al precio original, ¿cuál es el porcentaje de rebaja ?

A) $\frac{4}{3}\%$
B) 10%
C) 25%
D) $33,\overline{3}\%$
E) 75%

Comentario:

Para contestar bien esta pregunta es necesario que el estudiante sea capaz de comprender el enunciado y así poder determinar qué porcentaje es una cantidad de otra.

El primer paso para resolver este problema es determinar la cantidad de dinero que es rebajado:

$$\$\ 400 - \$\ 300 = \$\ 100.$$

Con este resultado se calcula, qué porcentaje son estos $ 100 con respecto al precio original

$$\frac{\$\ 400}{100\ \%} = \frac{\$\ 100}{x\ \%},$$

es decir, $x = \dfrac{100 \cdot 100}{400} = 25\ \%$

respuesta que se encuentra en la opción C).

Uno de los distractores más llamativo fue E), que tuvo un 15% de adhesión. En este caso los estudiantes calcularon qué porcentaje es \$ 300 de \$ 400.

El 59% de los alumnos que abordaron la pregunta la contestó correctamente, lo que indica que este problema es de una dificultad mediana. La omisión fue baja, lo que muestra que este contenido es conocido por los estudiantes de enseñanza media, pero no comprendido a cabalidad.

6. En un balneario, hay 2.500 residentes permanentes. En el mes de febrero, de cada seis personas solo una es residente permanente, ¿cuántas personas hay en febrero ?

A) 416
B) 4.000
C) 12.500
D) 15.000
E) 17.500

Comentario:

Esta pregunta es un problema de proporcionalidad directa, que requiere de una muy buena interpretación de las relaciones planteadas en el problema y también de conocer el procedimiento para determinar el término desconocido en una proporción.

Para resolverla, se debe plantear la proporción entre el número de residentes permanentes y el total de personas que hay en el balneario en el mes de febrero,

$$\frac{1}{6} = \frac{2.500}{x}$$

resolviendo queda

$$x = 2.500 \cdot 6 = 15.000 \text{ personas}$$

que corresponde a la opción D).

Un porcentaje bastante alto (27%) de los estudiantes se inclinó por el distractor A). Lo que ellos hicieron para responder la pregunta fue dividir 2.500 por 6, es decir, interpretaron que el total de las personas que había en el balneario era un sexto de los residentes.

Este problema resultó difícil, sólo el 38% de los estudiantes que abordaron la pregunta la contestó correctamente y el 21% la omitió. Los cálculos a realizar en este caso no son complicados, por lo tanto, aquí hubo un problema de mala interpretación de los datos que fueron entregados en el enunciado.

7. La tabla adjunta muestra la temperatura a distintas horas de un día de verano.

Tiempo (t) a distintas horas	8	10	12	14	16	18	20
Temperatura (T) en °C	12	18	24	30	28	26	24

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s) ?

I) La máxima temperatura se registra a las 14 horas.
II) Para $8 \leq t \leq 14$, la temperatura de la tabla está dada por $T(t) = 12 + 3t$.
III) Para $14 \leq t \leq 20$, la temperatura de la tabla está dada por $T(t) = 30 - (t - 14)$.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

Comentario:

Este ítem apunta a la capacidad que debe tener el estudiante para interpretar tablas que ilustren la idea de variabilidad entre dos variables dadas, en este caso tiempo y temperatura. Además debe ser capaz de evaluar una expresión algebraica, como las planteadas en las afirmaciones II) y III).

Para responder a este tipo de pregunta, llamada pregunta combinada, el estudiante debe determinar el valor de verdad o falsedad de cada una de las afirmaciones.

Con una simple observación de la tabla se determina que la afirmación I) es verdadera. En la fila de las temperaturas se busca la mayor de ellas (30°C) y se observa que ésta corresponde a las 14 horas.

Para determinar la veracidad de la afirmación II) se debe reemplazar **t** en la expresión $T(t) = 12 + 3t$ por 8,10,12 y 14 y observar si los resultados corresponden en la tabla a los datos que aparecen en la fila de las temperaturas.

Por ejemplo, para $t = 8$

$$T(8) = 12 + 3 \cdot 8 = 12 + 24 = 36°C$$

De la tabla se observa que a las 8 horas le corresponde una temperatura de 12°C y no de 36°C como resultó de los cálculos realizados, por lo tanto II) es falsa.

Para verificar la afirmación III), se realiza el mismo procedimiento anterior, pero esta vez se observa que sí se verifican los datos de la tabla, por lo tanto la opción correcta es la C).

Los datos estadísticos nos muestran que esta pregunta resultó difícil, sólo el 34% de los alumnos la contestó correctamente, además un 34%

la omitió y un 21% marco el distractor A). Éste último dato indica que los estudiantes no supieron como abordar las afirmaciones II) y III).

Constantemente nos vemos enfrentados al hecho de tener que interpretar información proveniente de tablas y gráficos que aparecen en distintos tipos de medios de comunicación, por eso es importante medir si los estudiantes que egresan de la enseñanza media han desarrollado esta habilidad.

8. Si **n** es un número natural mayor que cero, entonces ¿cuál de las siguientes expresiones algebraicas podría representar el término n-ésimo de la secuencia $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{16}, \ldots$?

A) $\left(\frac{5}{2}\right)^{n+1}$

B) $\left(\frac{5}{2}\right)^{n-1}$

C) $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$

D) $\left(\frac{5}{2}\right)^{n}$

E) $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

Comentario:

El contenido relacionado con esta pregunta está orientado a la identificación de regularidades numéricas. Además, en este caso, el estudiante debe ser capaz de reconocer y escribir la expresión algebraica que representa a un número que es una potencia de 2, y aplicar la propiedad de la potencia de un cuociente en sentido inverso,

es decir, $$\frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Para contestar el ítem se debe reconocer que los numeradores siempre toman un valor constante que es el 5, en cambio, los denominadores van variando.

Como los denominadores corresponden a las potencias de 2, la secuencia queda representada por:

$$\frac{5}{2^n} \qquad \text{con } n = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

escribiendo de otra forma esta expresión se llega a la opción E),

en efecto, $$\frac{5}{2^n} = 5 \cdot \frac{1}{2^n} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Esta pregunta resultó con un grado de dificultad alto, ya que sólo el 29% de los estudiantes la contestó correctamente y el 53% simplemente la omitió. Este último dato indica que este contenido no es del conocimiento de los alumnos, o que les cuesta mucho entenderlo.

El distractor C) fue el más elegido por los alumnos, ellos consideran que las potencias de 2 de los denominadores son sólo con exponentes pares.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE ÁLGEBRA

9. $a - [-a - (-a + b - c)] =$

A) $-a + b - c$
B) $a + b - c$
C) $-a - b + c$
D) $a - b - c$
E) $a + b + c$

Comentario:

En este caso nos enfrentamos a una pregunta donde el estudiante debe manejar el contenido relacionado con expresiones algebraicas no fraccionarias y su operatoria, que es estudiado en primer año de Enseñanza Media.

El alumno debe realizar operaciones rutinarias de cambio de signos en una expresión algebraica con paréntesis. Esto lo puede realizar de afuera hacia adentro o desde dentro hacia fuera. En esta oportunidad, la desarrollaremos de dentro hacia fuera y luego reduciremos los términos semejantes

$$a - [-a - (-a + b - c)] = a - [-a + a - b + c] = a + a - a + b - c = a + b - c$$

respuesta que se encuentra en la opción B).

Los distractores fueron marcados en porcentajes bajos y muy parecidos entre sí, los cuales median distintos tipos de errores que se podían cometer al distribuir el signo menos en los paréntesis.

Esta pregunta resultó fácil, un 60% de los alumnos que la abordó la contestó correctamente. Es importante destacar que la omisión no fue baja (16%), a pesar de que sólo se está midiendo la habilidad de que el estudiante aplique en forma rutinaria reglas y propiedades algebraicas.

10. $(3m - 5p)^2 =$

A) $6m^2 - 10p^2$
B) $9m^2 - 25p^2$
C) $9m^2 - 15mp + 25p^2$
D) $9m^2 - 30mp - 25p^2$
E) $9m^2 - 30mp + 25p^2$

Comentario:

La pregunta apunta al contenido de primer año de Enseñanza Media de desarrollo de productos notables, en particular, el cuadrado de un binomio

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

Aplicando esta regla, elevando al cuadrado y multiplicando, se tiene:

$$(3m - 5p)^2 = (3m)^2 - 2 \cdot 3m \cdot 5p + (5p)^2 = 9m^2 - 30mp + 25p^2$$

que corresponde a la opción E).

El distractor más elegido fue el B) con un 25% de los estudiantes, donde ellos internalizaron que el desarrollo del cuadrado de un binomio es el cuadrado de cada término.

o sea, $(3m - 5p)^2 = (3m)^2 - (5p)^2 = 9m^2 - 25p^2.$

Este ha sido un error recurrente a través del tiempo, que se ha mantenido en un alto porcentaje de los egresados de la Enseñanza Media.

La omisión fue baja, de un 8%, esto debido a que los productos notables son bastante familiares para los alumnos. Sin embargo, la contestó correctamente sólo el 54% de los estudiantes, lo que indica que la pregunta es de una dificultad mediana.

Esta pregunta, junto a la anterior, miden la habilidad del estudiante para efectuar operatoria de tipo rutinario con expresiones algebraicas, que es la base para que puedan trabajar bien en el resto de los contenidos matemáticos a los que se enfrentan en el transcurso de la Enseñanza Media, de ahí la importancia de que aparezcan este tipo de preguntas.

11. ¿Cuál es el valor de $x^2 - 2xy$, si $x = 2$ e $y = -1$?

A) 8
B) 6
C) 4
D) 2
E) 0

Comentario:

Esta pregunta apunta a un contenido de primer año de Enseñanza Media relacionado con la valoración de expresiones algebraicas, donde además el alumno debe realizar una operatoria rutinaria en el ámbito de los números enteros.

Para responderla se reemplazan las variables **x** e **y** de la expresión $x^2 - 2xy$ por los valores que le fueron asignados en el enunciado, y luego se resuelve el ejercicio teniendo presente la prioridad de las operaciones:

$$x^2 - 2xy = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot -1 = 4 + 4 = 8$$

resultado que se encuentra en la opción A).

El error mas cometido por los estudiantes fue de una mala multiplicación entre números negativos:

$$2^2 - 2 \cdot 2 \cdot -1 = 4 - 4 = 0,$$

este camino fue seguido por el 15% de los alumnos que marcaron el distractor E).

Los datos estadísticos indican que la pregunta es fácil, ya que el 62% de los estudiantes la contestó bien y la omisión fue muy baja.

Este contenido es importante de ser medido, pues es la base para poder determinar la imagen de un elemento según una función dada, contenido que es tratado a partir del segundo año de la Enseñanza Media.

12. La expresión: “para que el doble de $(a + c)$ sea igual a 18, le faltan 4 unidades”, se expresa como

A) $2a + c + 4 = 18$
B) $2(a + c) - 4 = 18$
C) $2(a + c) + 4 = 18$
D) $4 - 2(a + c) = 18$
E) $2a + c - 4 = 18$

Comentario:

El estudiante en este caso debe ser capaz de traducir del lenguaje común al matemático, comprendiendo a cabalidad los datos entregados en el enunciado de la pregunta.

Primero hay que escribir el doble de $(a + c)$, o sea $2(a + c)$, para luego sumarle 4, que sería lo que le falta para llegar a 18, lo que matemáticamente queda escrito como: $2(a + c) + 4 = 18$, traducción que corresponde a la opción C).

El 11% del alumnado marco el distractor B), donde se realizó una mala interpretación del hecho de que faltaran 4 unidades para que $2(a + c)$ se igualará a 18, para ellos que algo falte significa que hay que restar.

La pregunta resultó fácil según los datos estadísticos, ya que el 66% de los alumnos la contestó correctamente. A pesar de esto el 18% la omitió, lo que indica que este porcentaje de alumnos desconocen como interpretar un enunciado y así poder traducirlo a un lenguaje matemático.

Esta habilidad, de interpretación y traducción del lenguaje común al matemático que es estudiado en primer año de Enseñanza Media, y que es medido en preguntas como ésta, son la base para que el estudiante sea capaz de resolver cualquier tipo de problema que se le presente en forma verbal, no matemática.

13. Si $\frac{2t-1}{2} = 4$, entonces t =

A) 5
B) 3
C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{9}{2}$
E) $\frac{7}{2}$

Comentario:

El contenido que está involucrado en este caso es el de "resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita", el cual es tratado en primer año de Enseñanza Media.

Es importante que el estudiante haya adquirido la habilidad para resolver este tipo de ecuaciones, pues así contará con las herramientas necesarias para resolver problemas contextualizados y del ámbito de la geometría, así como también podrá trabajar sin problemas en los distintos tópicos tratados durante la Enseñanza Media.

Para resolver la ecuación planteada, primero se amplifica la igualdad por 2

$$\frac{2t-1}{2} = 4 \quad / \cdot 2$$
$$2t - 1 = 8$$

luego se despeja la incógnita **t** sumando a ambos lados de la igualdad 1 para luego dividirla por 2, obteniéndose lo siguiente:

$$2t = 8 + 1 \qquad (1)$$
$$2t = 9$$
$$t = \frac{9}{2},$$

valor de **t** que se encuentra en la opción D).

El distractor E) fue el más llamativo para los estudiantes, con un 12% de adherentes. En general la ecuación la resolvieron bien, el error estuvo en que en el paso (1) los estudiantes en vez de sumar el 1, lo restaron

en efecto,

$$2t - 1 = 8$$
$$2t = 8 - 1$$
$$2t = 7$$
$$t = \frac{7}{2}.$$

La pregunta en este caso resultó con un grado de dificultad mediana, el 46% de los estudiantes la contestó correctamente. Es importante de destacar que a pesar de que la ecuación planteada se resuelve a través de pasos muy rutinarios, el 23% de los alumnos que rindió la prueba la omitió.

14. Compré **x** kg de café en \$ 36.000 y compré 40 kg más de té que de café en \$ 48.000. ¿Cómo se expresa el valor de 1 kg de café más 1 kg de té, en función de **x** ?

A) $\frac{36.000}{x} + \frac{48.000}{x+40}$
B) $\frac{36.000}{x} + \frac{48.000}{x-40}$
C) $\frac{x}{36.000} + \frac{x+40}{48.000}$
D) $\frac{x}{36.000} + \frac{x-40}{48.000}$
E) $\frac{36.000}{x} + \frac{48.000}{40}$

Comentario:

Para resolver este problema contextualizado, el estudiante debe ser capaz de comprender el enunciado para luego plantear la expresión algebraica fraccionaria que lo resuelve, teniendo claro como despejar una variable dentro de una ecuación que contiene términos literales. Este contenido aparece tratado en segundo año de la Enseñanza Media.

Al responder la pregunta, primero hay que determinar el valor de 1 kg de café y de 1 kg de té en función de **x** para luego sumarlos.

Si **C** corresponde al valor de 1 kg de café, se tiene $C \cdot x = 36.000$, donde **x** son los kilogramos de café que se compraron, luego despejando C se obtiene

$$C = \frac{36.000}{x}$$

Del mismo modo, si **T** es el valor de 1 kg de té se tiene que

$$T \cdot (x + 40) = 48.000$$
$$T = \frac{48.000}{x+40}$$

donde (x + 40) representa los kilogramos de té que se compraron.

Por último, como se pide el valor de 1 kg de café más 1 kg de té se tiene que sumar **C** con **T**

en efecto, $C + T = \frac{36.000}{x} + \frac{48.000}{x+40}$

que corresponde a la opción A).

Esta pregunta resultó difícil, sólo el 32% de los estudiantes que abordaron la pregunta la contestó correctamente, existiendo además una omisión del 38%.

En el distractor C), que fue el más elegido con un 19%, los estudiantes no supieron determinar el costo de 1 kg de café y de 1 kg de té, escribiendo las expresiones en forma inversa.

15. Si **a** es un número natural mayor que 1, ¿cuál es la relación correcta entre las fracciones: $p = \frac{3}{a}$, $t = \frac{3}{a-1}$ y $r = \frac{3}{a+1}$?

A) $p < t < r$
B) $r < p < t$
C) $t < r < p$
D) $r < t < p$
E) $p < r < t$

Comentario:

En esta pregunta el alumno debe ser capaz de comparar fracciones algebraicas simples, analizando lo que sucede con una fracción cuando el numerador permanece constante y el denominador crece, contenido que es tratado en segundo año de Enseñanza Media.

Al observar las tres fracciones p, t y r se ve que los numeradores son en todos el 3, por lo tanto sólo hay que estudiar lo que sucede con los denominadores.

Los denominadores son **a**, **a − 1** y **a + 1** que representan al ordenarlos de menor a mayor a tres números consecutivos **a − 1**, **a** y **a + 1**. Además, estas expresiones corresponden a números naturales ya que **a** es un número natural mayor que 1.

Para ordenar las fracciones hay que tener claro que si en una fracción positiva se mantiene el valor del numerador y se aumenta el valor del denominador, entonces el valor de dicha fracción disminuye.

Por lo tanto, al ordenar las fracciones dadas, de menor a mayor queda:

$$\frac{3}{a+1} < \frac{3}{a} < \frac{3}{a-1}$$

que es equivalente a decir $r < p < t$, afirmación que se encuentra en la opción B).

Según los datos estadísticos, el 51% de los estudiantes contestó correctamente esta pregunta, existiendo una omisión alta, del 22%.

No hay un distractor que destaque más que otro, lo que unido a la alta omisión induce a pensar que no hay mucho dominio de parte de los estudiantes en cuanto a como ordenar fracciones algebraicas.

16. Hace 3 años Luisa tenía 5 años y Teresa **a** años. ¿Cuál será la suma de sus edades en **a** años más ?

A) (11 + 3a) años
B) (11 + 2a) años
C) (11 + a) años
D) (8 + 3a) años
E) (5 + 3a) años

Comentario:

El alumno en este caso debe ser capaz de comprender el enunciado de un problema, traducirlo a un lenguaje matemático y realizar una operación rutinaria de reducción de términos semejantes, habilidades que son trabajadas en primer año de Enseñanza Media.

En primera instancia, se debe determinar la edad de Luisa y Teresa hoy día. Como hace tres años Luisa tenía 5 años y Teresa **a** años, la edad de ellas hoy se obtiene sumando 3 a ambas edades.

En efecto, Luisa hoy tiene 8 años y Teresa (a + 3) años.

Como la pregunta está enfocada a la edad que estas dos personas tendrán en **a** años más, se debe sumar a continuación **a** años a la edad que hoy tiene Luisa, quedando con (8 + a) años, y a la de Teresa que queda con (2a + 3) años.

Finalmente, como se pide la suma entre estas edades resulta:

$$(8 + a) + (2a + 3) = (11 + 3a) \text{ años}$$

que corresponde a la opción A).

El 32% de los estudiantes se inclinó por el distractor D). En este caso la equivocación estuvo al sacar la edad actual de Teresa, ya que no sumaron los tres años que correspondían, y sólo lo hicieron con la edad de Luisa, el resto del desarrollo fue realizado correctamente.

El ítem resultó muy difícil, ya que el porcentaje de respuestas correctas sólo alcanzó al 17% de los estudiantes que la abordaron y el porcentaje de omisión fue muy alto, de un 31%.

17. Jorge compró tres artículos distintos en \$ (4a + b). El primero le costó \$ a y el segundo \$ (2a – b). ¿Cuánto le costó el tercero ?

A) \$ a
B) \$ 7a
C) \$ (3a – b)
D) \$ (3a + 2b)
E) \$ (a + 2b)

Comentario:

El estudiante debe poseer la habilidad de comprender un problema contextualizado, plantear una ecuación de primer grado con términos literales, y resolver este tipo de ecuaciones, contenido que es tratado en primer año de Enseñanza Media.

Para contestarla se debe entender que la suma del precio de los tres artículos es igual al precio total que se pagó por ellos.

Así, si **x** representa el costo del tercer artículo, la ecuación queda planteada como:

$$a + 2a - b + x = 4a + b,$$

al resolverla queda $x = 4a + b - a - 2a + b$

$$x = \$\ (a + 2b)$$

respuesta que se ubica en la opción E).

Al analizar los datos estadísticos de esta pregunta, se observa que el 63% de los estudiantes la contestó correctamente y el 13% la omitió, por lo que se considera que este ítem es relativamente fácil.

Sin embargo, el 15% de los alumnos se inclinó por el distractor D), donde el error estuvo en un mal planteamiento de la ecuación.

En efecto, hicieron: $x + 2a - b = a + 4a + b$

$$x = a + 4a + b - 2a + b$$
$$x = 3a + 2b$$

18. $\dfrac{a^6\, b^{-15}}{a^{-2}\, b^{-5}} =$

A) $-\dfrac{9}{7}$
B) $a^8\, b^{-10}$
C) $a^4\, b^{-20}$
D) $a^{-3}\, b^3$
E) -9

Comentario:

Aquí se involucra un contenido de segundo año de Enseñanza Media, referido a división de potencias con exponente entero, donde además el estudiante debe recordar como restar números enteros, contenido que es trabajado en la Enseñanza Básica.

Al dividir potencias de igual base y distinto exponente, se debe mantener la base y restar los exponentes.

Así, $\dfrac{a^6b^{-15}}{a^{-2}b^{-5}} = a^{6-(-2)}\ b^{-15-(-5)} = a^{6+2}\ b^{-15+5} = a^8\ b^{-10}$

que corresponde a la opción B).

El distractor que mayoritariamente fue marcado es el C), con un porcentaje del 20%, que es considerado alto para un tipo de pregunta que requiere, para ser resuelta, sólo de operaciones rutinarias entre números enteros.

La equivocación estuvo en que los estudiantes restaron los exponentes sin considerar el signo negativo de ellos en el denominador, o bien, sumaron los exponentes como si fuese una multiplicación de potencias de igual base,

en efecto, $\dfrac{a^6b^{-15}}{a^{-2}b^{-5}} = a^{6-2}\ b^{-15-5} = a^4\ b^{-20}$

o bien, $\dfrac{a^6b^{-15}}{a^{-2}b^{-5}} = a^{6+-2}\ b^{-15+-5} = a^4\ b^{-20}$

Para resolver esta pregunta, como se indicó anteriormente, requiere sólo de cálculos de tipo rutinario y sin embargo resultó estadísticamente difícil, pues sólo el 33% de los alumnos la contestó correctamente y un 17% la omitió.

Es importante que los alumnos manejen el concepto de potencias y sus propiedades, pues son la base para los contenidos de raíces, logaritmos y función exponencial, entre otros.

Infraestructura en Usach:

En un afán de mejoras constantes

Sus amplias instalaciones, el año que recién pasó, fueron refaccionadas para dar una mejor calidad de vida a toda la comunidad universitaria.

La Universidad de Santiago de Chile, en términos de infraestructura, ofrece a sus estudiantes un campus único de 32 hectáreas, donde sin tener que salir del reciento universitario, entre otras cosas, pueden practicar algunas de las 19 disciplinas deportivas gratuitas con que cuenta. En el mismo lugar están ubicados los 200 laboratorios docentes de pregrado y los 106 laboratorios de investigación. En éstos últimos, los alumnos participan en diferentes actividades relacionadas con la ciencia lo que ha generado proyectos que involucran a distintas disciplinas, combinando el talento de los estudiantes con sus ansias de aprender.

Como siempre, la universidad, en su afán de mejoramiento constante, el año que recién pasó invirtió M$ 700 en infraestructura, lo cual otorgó una mejor calidad de vida a toda la comunidad. Entre los cambios se encuentra la refacción de cielos, pisos y muros de 125 salas de clase; además, se arreglaron 4.600 metros cuadrados de pavimentos; 35.000 metros cuadrados de pintura y 1.500 metros cuadrados de dependencias. Además, se restauraron 30 servicios higiénicos y seis pasarelas para minusválidos y un gran mejoramiento de pasillos y calles de acceso a las dependencias de la universidad. En este momento, se encuentran en ejecución proyectos por un monto de M$1.300, cifra que corresponde a presupuesto corporativo como construcción de nueva infraestructura; reparación de veredas; plazas duras y circulaciones; habilitación de salidas de escape; renovación de redes eléctricas; terminación de salón de teatro; reparación y cambio de cubiertas, regularización de roles u mejoramiento.

Es así como en este espacio, se desarrolla la vida universitaria de una de las casas de estudio con más prestigio y más antiguas del país. Hace 157 años ha mantenido su compromiso con los valores humanistas y fortalecido el desarrollo integral de sus estudiantes, los que forman parte de sus siete facultades, la Escuela de Arquitectura y su programa de Bachillerato. Gracias a su dotación en términos de infraestructura y docente, en la USACH se dictan 58 carreras de pregrado, 11 programas de doctorado, 36 magíster y numerosos programas de posgrados y postítulos. Ofrece 49 talleres culturales en donde participan jóvenes que pertenecen a todas las carreras que impartes. En tanto, los grupos artísticos enriquecen la vida universitaria, con expresiones culturales como música, danza y teatro. Se destaca la formación estable del grupo Vocacional de Teatro de la universidad y la Tuna Mayor, con una amplia tradición musical. Esta es un de las muestras de integración estudiantil, al igual que los diversos talleres semestrales de pintura, escultura, grabado y folklore, entre otros, que permiten desarrollar los talentos artísticos de los alumnos.

GUSTAVO ORTIZ

La universidad ofrece a su comunidad estudiantil un campus único de 32 hectáreas.